Taal van de wiskunde 1

Willem van Ravenstein

Uitwerkingen

Inhoudsopgave

Uitwerkingen, tips en aanvullingen bij de syllabus 'Taal van de wiskunde 1'.

HOOFDSTUK 1 – INLEIDING 3

HOOFDSTUK 2 – GETALLEN EN LETTERS 8

HOOFDSTUK 3 – VERGELIJKINGEN OPLOSSEN 14

HOOFDSTUK 4 – KWADRAATAFSPLITSEN EN DE ABC-FORMULE 18

HOOFDSTUK 5 – WORTELS EN MACHTEN 20

HOOFDSTUK 6 – LOGARITMEN 22

HOOFDSTUK 7 – HET OPLOSSEN VAN VERGELIJKINGEN 24

EINDE 28

Laatst bijgewerkt: donderdag 20 februari 2020

Hoofdstuk 1 – Inleiding

Opdracht 1

- **Waar staat hierboven nu de 'wiskundige betekenis' van een punt?**

Het gaat hier om punt in de betekenis van **plek** of **plaats**.

Opdracht 2

- **Noem zelf drie 'woorden uit de wiskunde' die een andere betekenis hebben dan in 'normaal spraakgebruik'.**

Balk, ruit, verhouding, graaf, oplossing, functie, ongelijkheid, …
Verreweg de leukste zijn: **ellips**, **parabool** en **hyperbool**.
Het zijn voorbeelden van **stijlfiguren**.
Ellips: Een ellips is een stijlfiguur waarbij een lopende zin wordt afgebroken, die echter door de toehoorder (lezer) gemakkelijk kan worden afgemaakt.
Parabool: Een parabool is als stijlfiguur het verkleinen van zaken of gebeurtenissen. Het is het tegenovergestelde van een hyperbool.
Hyperbool: De hyperbool is de stijlfiguur van overdrijving. Het tegenovergestelde is een parabool.
Maar voorbeelden genoeg.

Opdracht 3

Bereken exact en zonder rekenmachine.

a. $14 \times 71 = 994$

b. $13574 : 11 = 1234$

c. $-4 + 3 \times 3 = 5$

d. $4 - 5 + 6 = 5$

e. $\sqrt{175} + \sqrt{112} = \sqrt{25 \cdot 7} + \sqrt{16 \cdot 7} = 5\sqrt{7} + 4\sqrt{7} = 9\sqrt{7}$

f. $-4^2 + (-4)^3 = -16 - 64 = -80$

g. ${}^2\log(16) \cdot {}^2\log(8) = {}^2\log(2^4) \cdot {}^2\log(2^3) = 4 \cdot 3 = 12$

h. $2\frac{2}{3} \times 3\frac{3}{5} = \frac{8}{3} \times \frac{18}{5} = \frac{8}{1} \times \frac{6}{5} = \frac{48}{5} = 9\frac{3}{5}$

i. $14\frac{2}{3} - 3\frac{5}{9} = 14\frac{6}{9} - 3\frac{5}{9} = 11\frac{1}{9}$

j. $14\frac{2}{3} : 3\frac{5}{9} = \frac{44}{3} : \frac{32}{9} = \frac{44}{3} \times \frac{9}{32} = \frac{11}{1} \times \frac{3}{8} = \frac{33}{8} = 4\frac{1}{8}$

Het is goed om bij deze opdracht wat langer stil te staan. Bijvoorbeeld om eens te kijken naar 'onder elkaar zetten' en 'de staartdeling'. Hoe staat het daar mee eigenlijk? Ik denk niet dat studenten weten hoe je wortels kunt herleiden. Logaritmen? Wat was dat ook alweer? En rekenen met breuken?

Onder elkaar zetten

14 × 71 =

Zet de getallen onder elkaar:

```
 71
 14 ×
 ---
284
710 +
---
994
```

Wat je 'eigenlijk' doet is:

14 × 71 = 4 × 71 + 10 × 71 = 284 + 710 = 994

Staartdeling

13574 : 11 =

Zonder rekenmachine maak je een staartdeling. Dat is een handig 'kunstje' dat efficiënt en snel het juiste antwoord geeft.

```
11/13574\1234
   11
   --
    25
    22
    --
     37
     33
     --
      44
      44
      --
       0
```

Wat je doet is:

13574 = 1 × 11000 + 2 × 1100 + 3 × 110 + 4 × 11

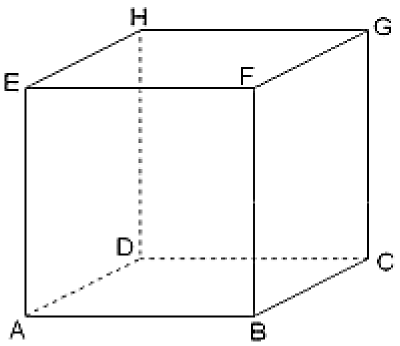
Opdracht 4

- **Wat is er eigenlijk zo bijzonder aan de zijden van een rechthoekige driehoek?**

Dat zal toch wel de **stelling van Pythagoras** moeten worden. Weet iedereen **zeker** dat er niet een driehoek te bedenken is die niet rechthoekig is waarbij de som van de kwadraten van twee zijden het kwadraat is van de derde zijde? ☺

Opdracht 5

- **Wat is een hexaëder in parallelprojectie?**



Dat zal iedereen toch wel bekend voor komen. Het is dus niet zo moeilijk om moeilijker te doen dan strikt noodzakelijk.

Opdracht 6

1. Ik gooi met twee dobbelstenen. Bereken op 3 decimalen de kans om 5 te gooien.
   Wordt er bedoeld de kans op totaal vijf ogen of dat je een vijf gooit?

2. Een tentamen bestaat uit twintig vierkeuzevragen. Wat is de kans dat je meer dan de helft van de vragen goed beantwoord als je onvoorbereid het tentamen maakt?
   Er staat niet dat je gokt, dus kan je er niets zinnigs over zeggen.

3. Ik maak een toets van 20 vierkeuzevragen. Ik weet op 10 vragen het antwoord, maar moet bij de andere vragen gokken. Bereken de kans op een voldoende.
   Je weet niet waar de grens ligt voor een voldoende.

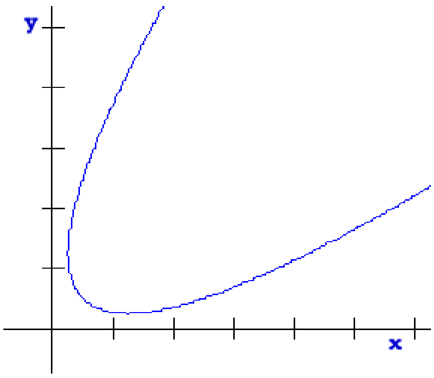
Opdracht 7

- **Is de uitspraak ‘Iedere parabool heeft een snijpunt met de y-as’ waar of niet waar?**

De uitspraak is **niet waar**. Je zou een scheve parabool kunnen tekenen. Parabolen kom je echt overal tegen. Een parabool is een veel ‘algemener’ begrip dan de grafiek van een kwadratische functie. Dat heeft verder de keuze van je assenstelsel weinig van doen.

Neem bijvoorbeeld: $2(x+y)=2+(x-y)^2$
Dat geeft de parabool hiernaast met y=x als symmetrieas.

Of neem $2(x+y)=(x-y)^2$. Deze parabool heeft zelfs 2 snijpunten met de y-as en 2 snijpunten met x-as. Hoe kan dat?



Opdracht 8

Zoek de fouten in onderstaande zinnen:

- Twee leerlingen hebben de stoelen verniel**d**.
  Het zijn verniel**d**e stoelen…
- Een **k**at in het **nauw** maakt rare sprongen.
  De uitdrukking gaat over een **k**at en ’t is niet ‘nou’ maar ‘nauw’.
- Het gebeur**t** wel vaker dat je eerst iets niet **begrijpt**.
  'Gebeurt' moet hier met een 't' en dan is iets met de tijd van begrijpen.
  of
  Het gebeurde wel vaker dat je eerst iets niet begreep.
- Ik **word** daar niet koud of warm van.
  Hopelijk geen probleem...
- In de zomer wordt je koelvloeistof te warm.
  In deze zin zit geen fout…☺

Opdracht 9

Wat is er ‘fout’ aan onderstaande zinnen?

- **De rector heeft de leerling op spijbelen betrapt en een berisping gegeven.**
  Onder **samentrekking** verstaan we het verschijnsel dat in een samengestelde zin een gemeenschappelijk zinsdeel maar eenmaal wordt genoemd als gevolg van taalspaarzaamheid. Het zinsdeel 'de leerling' is samengetrokken: 'de leerling' hoort immers ook achter 'en' gedacht te worden. Deze samentrekking is **fout**, omdat 'de leerling' in het eerste geval een lijdend voorwerp is en in het tweede geval een meewerkend voorwerp.
- **De dames en heren worden verzocht niet te roken.**
  Onder **incongruentie** verstaan we ongelijkheid in getal en persoon tussen onderwerp en persoonsvorm. 'De dames en heren' wordt als onderwerp gezien. Het onderwerp is echter 'niet te roken'. Het verzoek niet te roken wordt gericht aan de dames en heren.
- **Een aantal leerlingen hebben het huiswerk niet gemaakt.**
  Een aantal is enkelvoud. Het moet ‘heeft’ zijn.
- **Tot dusver hebben wij niet eerder met dergelijke problemen te maken gehad.**
  In de **tautologie** wordt tweemaal hetzelfde gezegd met andere woorden. Met ‘Tot dusver’ en ‘niet eerder’ zeg je twee keer hetzelfde.
- **Hij kan helaas niet komen. Want hij is ziek.**
  Het is **niet correct** om een bijzin los te koppelen van de zin waarbij hij hoort.

Meer over **stijlfouten** en voorbeelden kan je vinden op onderstaande website.

- http://leerlingen.hetassink.nl/nederlands/stijlfouten/framestijlfouten.htm

Opdracht 10

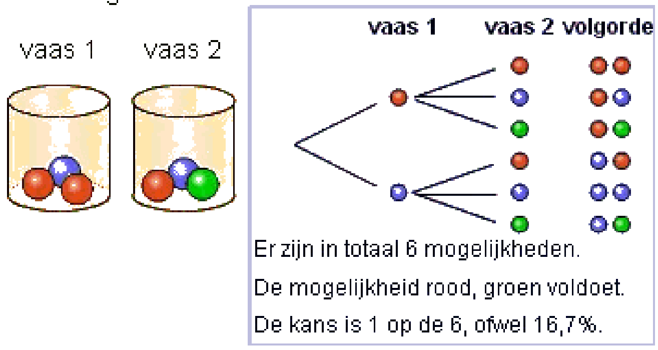
Hiernaast zie je een uitwerking van een kansprobleem. Daar gaat iets niet helemaal goed.

- **Wat gaat er mis? Wat is het juiste antwoord?**

Bij het boomdiagram zijn de kansen bij de verschillende takken niet even groot. De zes mogelijkheden hebben dus niet dezelfde kans.

$$P(1\text{ rood, }1\text{ groen}) = \frac{2}{3}\cdot\frac{1}{3}=\frac{2}{9}$$

Je trekt, zonder te kijken, uit elke vaas een bal.
Bereken de kans op één rode bal en één groene bal.



Een boomdiagram kan een handig hulpmiddel zijn. Maar als het niet meer is dan een trucje dan kan het ook gemakkelijk mis gaan. Wat dat betreft is het voorbeeld '**min en min is toch plus**' wel belangrijk. Mijn ervaring is dat studenten zelf ook veel van dit soort 'regeltjes' gebruiken en dat leidt niet altijd tot zinnige dingen.

Waar of niet waar?

1. $a^2+b^2=(a+b)^2$
2. $\sqrt{a}+\sqrt{b}=\sqrt{a+b}$
3. $\log(a)+\log(b)=\log(a+b)$
4. $\log(a)+\log(b)=\log(a\cdot b)$
5. $\sin(a)+\sin(a)=\sin(2a)$
6. $\sin(a)+\sin(a)=2\cdot\sin(a)$

Laat studenten maar 's uitleggen **waarom** ze denken dat het wel of niet klopt. Het is nuttig om een keer alle rekenregels van **machten** en **logaritmen** te bespreken. Nog mooier is om alle regels uit het hoofd op te laten schrijven. Met 'machtsverheffen is herhaald vermenigvuldigen' en de 'hoofdregel van logaritme' moeten ze toch een eind kunnen komen. Misschien ook leuk om te laten zien dat die regels op een logische manier uit elkaar volgen… zie ook hoofdstuk 5 en 6.

Opdracht 11

Om de vergelijking $(x+1)^2=(2x-1)^2$ op te lossen schrijft een leerling:

$(x + 1)^2 = (2x - 1)^2$
$(x + 1)^2 - (2x - 1)^2 = 0$
$((x + 1 + (2x - 1)) \cdot ((x + 1 - (2x - 1)) = 0$
$(x + 1 + 2x -1) \cdot (x + 1 - 2x + 1) = 0$
$3x \cdot (-x + 2) = 0$
$3x = 0 \vee -x + 2 = 0$
$x = 0 \vee x = 2$

Is dat goed of is dat fout?

Dit is **niet fout**, maar wel een beetje onhandig. Deze leerlingen maakt gebruik van het merkwaardig product $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$. Dat kan, maar ’t is niet **handig**:

$(x + 1)^2 = (2x - 1)^2$
$x + 1 = 2x - 1$ of $x + 1 = -(2x - 1)$
$x + 1 = 2x - 1$ of $x + 1 = -2x + 1$
$x = 2$ of $x = 0$

De stap $a^2 = b^2 \Rightarrow a = b$ of $a = -b$ is waarschijnlijk niet voor iedereen meteen duidelijk…

Opdracht 12

In een hok zitten kippen en konijnen. Samen hebben de dieren 35 koppen en 94 poten. Hoeveel konijnen en hoeveel kippen zitten er in het hok?

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x + 2y = 70 \\ 2x + 4y = 94 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x + 2y = 70 \\ 2y = 24 \end{cases}$$
$$\begin{cases} 2x + 2y = 70 \\ y = 12 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x = 23 \\ y = 12 \end{cases}$$

Je zou een stelsel van twee vergelijkingen met twee onbekenden op kunnen stellen en dan het stelsel oplossen (zie hiernaast).

Maar het kan ook zo: 35 ‘beesten’ hebben in ieder geval 2·35=70 poten. Voor de konijnen blijven er dan nog 24 ‘extra’ poten over. Dat zijn dan 12 konijnen en 23 kippen.

De **vraag** is dan: is de eerste manier nu **meer** wiskundig of niet? Of is het misschien wel hetzelfde? Is **niet handig** fout? Of toch liever **blijven nadenken?** Of is misschien wel **hetzelfde**?

Hoofdstuk 2 – Getallen en letters

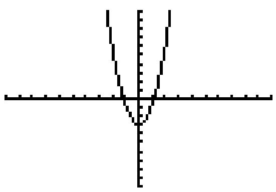
Opdracht 1

Er geldt f: $9x^2 – 4y = 12$.

a. Wat is een functie? ☺
   Zie b?

b.
$$9x^2 - 4y = 12$$
$$-4y = -9x^2 + 12$$
$$4y = 9x^2 - 12$$
$$y = 2\frac{1}{4}x^2 - 3$$

c. Plotten? Dat is met de GR.



d. Bergparabool

e. (0, -3)

Opdracht 2

$a, b \in \mathbb{R}$

Waar of niet waar?

$$\frac{a^2 - b^2}{a + b} = \frac{(a+b)(a-b)}{a+b} = a - b \quad \text{als } a + b \neq 0$$

$$\frac{a}{a + ab} = \frac{1}{ab} \text{ niet waar...}$$

$$\frac{a}{a+ab} = \frac{a}{a(1+b)} = \frac{1}{1+b} \quad \text{als } a \neq 0$$

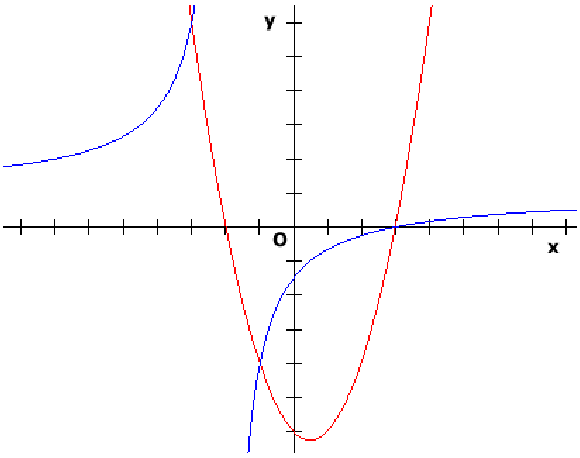
$$\frac{a^2 + ab}{a+b} = \frac{a(a+b)}{a+b} = a \text{ als } a + b \neq 0$$

$$\frac{a^2 - 4a + 4}{a^2 - 4} = \frac{(a-2)(a-2)}{(a+2)(a-2)} = \frac{a-2}{a+2} \text{ als } a - 2 \neq 0$$

Opdracht 3

Gegeven k: y = x – 3, l: y = x + 2 en m = k·l en n = k:l.

- **Teken de grafiek van m en n.**



Maar dat is wel een beetje gek. Kan je dan functies vermenigvuldigen en delen? Productfunctie en quotiëntfunctie? Bestaat dat? Hebben we dat al een keer gedefinieerd? Dat gebeurt vaker. Bij matrices (bijvoorbeeld) kan je ook optellen en vermenigvuldigen. Dat zijn feitelijk 'andere' operatie dan bij het rekenen... maar je noemt dat wel zo. Kennelijk kan je hier dus 'functies' vermenigvuldigen en delen... Ook weer iets anders... en toch niet...

Opdracht 4

- **'Wat' hoort er bij 'wat' bij de tabellen optellen, vermenigvuldigen en machtsverheffen?**

Optellen

1: A, B en C

2: D

3: E

Vermenigvuldigen

1: A

2: B

3: C

4: D

5: E, F, G en H

Machtsverheffen

1: A

2: B, C en D

3: E

Opdracht 5

- **Neem 3 opeenvolgende getallen a, b en c (bijvoorbeeld a=1, b=2 en c=3 of a=3, b=4 en c=5) en bereken $a^2 + c^2 - 2b^2$. Wat valt je op? Is dit altijd zo?**

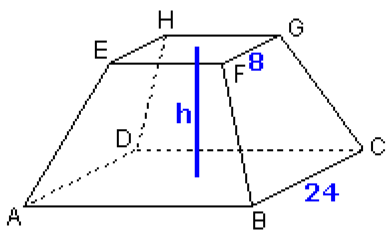
a = 1, b = 2 en c = 3 geeft $1^2 + 3^2 - 2 \cdot 2^2 = 1 + 9 - 8 = 2$

a = 3, b = 4 en c = 5 geeft $3^2 + 5^2 - 2 \cdot 4^2 = 9 + 25 - 32 = 2$

Voor a = n, b = n+1 en c = n + 2 geeft dit $n^2 + (n + 2)^2 - 2 \cdot (n + 1)^2 = 2$

Opdracht 6

Van een afgeknotte piramide met een vierkant grondvlak is de lengte van de zijde van het grondvlak 24 en de lengte van de zijde van het bovenvlak 8.



Zie tekening.

a. **Bereken de inhoud als h=2.**

b. **Geef een formule voor de inhoud uitgedrukt in h.**

a.

Neem H : hoogte van de 'hele' piramide

$$\frac{H-2}{H} = \frac{8}{24} \Rightarrow H = 3$$

$$\text{Inhoud afgeknotte piramide} = \frac{1}{3} \cdot 24^2 \cdot 3 - \frac{1}{3} \cdot 8^2 \cdot 1 = 554\frac{2}{3}$$

b.

Neem H : hoogte van de 'hele' piramide

$$\frac{H-h}{H} = \frac{8}{24} \Rightarrow H = 1\frac{1}{2}h$$

$$\text{Inhoud afgeknotte piramide} = \frac{1}{3}\cdot 24^2 \cdot 1\frac{1}{2}h - \frac{1}{3}\cdot 8^2 \cdot \frac{1}{2}h = 277\frac{1}{3}h$$

Opdracht 7

Hiernaast zie je een overzichtje van het aantal diagonalen van een aantal veelhoeken:

aantal hoekpunten	aantal diagonalen
3	0
4	2
5	5
6	9
7	14
8	20

a. **Hoeveel diagonalen heeft een 9-hoek? En een 10-hoek?**
b. **Hoeveel diagonalen heeft een 50-hoek? En een 1000-hoek?**
c. **Stel een formule op voor het aantal diagonalen van een n-hoek**

a. Een 9-hoek heeft 27 diagonalen en een 10-hoek heeft 35 diagonalen. Er komt steeds één meer bij.

   Er geldt: **A(n+1) = A(n) + n - 2**

b. Een 50-hoek heeft 1175 diagonalen en een 1000-hoek heeft 498.500 diagonalen.
c. Uit elk hoekpunt vertrekken n-3 diagonalen (niet zichzelf en niet naar de buurpunten). Dat zijn n·(n-3) diagonalen... maar dan tel je alles dubbel.

   De formule is $A(n) = \frac{1}{2}n(n-3)$

Opdracht 8

Vader is driemaal zo oud als zijn dochter en viermaal zo oud als zijn zoon. De dochter is 4 jaar ouder dan de zoon.

- **Hoe oud zijn ze nu?**

Neem (bijvoorbeeld) voor de leeftijd van de zoon ‘z’. Zie de oplossing hiernaast.
De vader is 36, de zoon is 12 en de dochter is 16.

$$\begin{cases} v=3d \\ v=4z \\ d=z+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} v=3(z+4) \\ v=4z \\ d=z+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3(z+4)=4z \\ v=4z \\ d=z+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3z+12=4z \\ v=4z \\ d=z+4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=12 \\ v=48 \\ d=16 \end{cases}$$

Opdracht 9

Er geldt: $a = b^2 - 2bc + c^2$

- **Geef een formule waarmee je c uitdrukt in a en b.**

$$a = b^2 - 2bc + c^2$$

$$c^2 - 2bc + b^2 - a = 0$$

$$c^2 - 2bc + b^2 - a = 0$$

Dit is een kwadratische vergelijking in 'c'.

$$c_{1,2}=\frac{-(-2b)\pm\sqrt{(-2b)^2-4\cdot1\cdot(b^2-a)}}{2\cdot1}\quad(\text{abc}-\text{formule!})$$

$$c_{1,2}=\frac{2b\pm\sqrt{4b^2-4b^2+4a}}{2}$$

$$c_{1,2}=\frac{2b\pm\sqrt{4a}}{2}$$

$$c_{1,2}=\frac{2b\pm2\sqrt{a}}{2}$$

$$c_{1,2}=b\pm\sqrt{a}$$

of...

$$\color{red}{c}^2-2b\color{red}{c}+b^2-a=0$$

$$(c-b)^2-a=0$$

$$(c-b)^2=a$$

$$c-b=\pm\sqrt{a}$$

$$c=b\pm\sqrt{a}$$

Opdracht 10

Schrijf (indien mogelijk) x als functie van y:

a.

$$y=2x+3$$

$$x\xrightarrow{\times2}2x\xrightarrow{+3}2x+3$$

$$\frac{1}{2}y-1\frac{1}{2}\xleftarrow{\times\frac{1}{2}}y-3\xleftarrow{-3}y$$

$$x=\frac{1}{2}y-1\frac{1}{2}$$

b.

$$y=\frac{1}{x+1}+1$$

$$x\xrightarrow{+1}x+1\xrightarrow{1/x}\frac{1}{x+1}\xrightarrow{+1}\frac{1}{x+1}+1$$

$$\frac{1}{y-1}-1\xleftarrow{-1}\frac{1}{y-1}\xleftarrow{1/x}y-1\xleftarrow{-1}y$$

$$x=\frac{1}{y-1}-1$$

Mogelijke respons: 'vul voor x y in en voor y x dan ben je er toch ook?'

$y = \frac{1}{x+1} + 1$ zou dan $x = \frac{1}{y+1} + 1$ worden.

$x = \frac{1}{y+1} + 1$ omwerken geeft:

$x - 1 = \frac{1}{y+1}$

$\frac{1}{x-1} = y + 1$

$y = \frac{1}{x-1} - 1$

Maar is dat niet hetzelfde?

Opdracht 11

- **Geef 3 verschillende voorbeelden van functies die geen inverse hebben.**

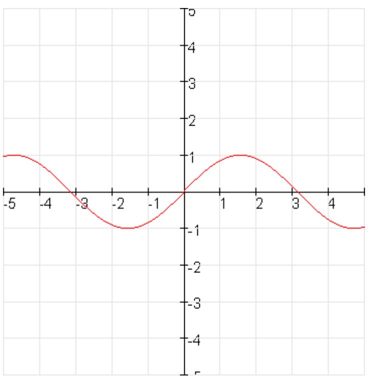
$f(x) = \sin(x)$

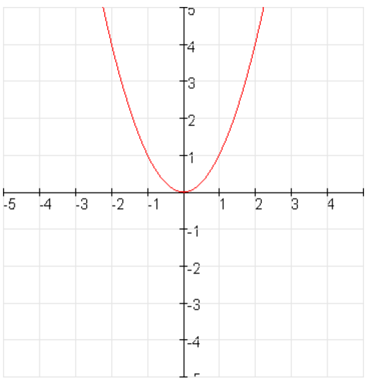
$f(x) = x^2$, $f(x) = x^4$, ...

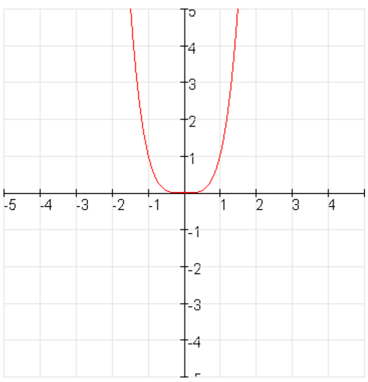
$f(x) = x^3 - x^2 - 6x$

Enz...

Een 'uitstapje' naar grafieken lijkt niet zo gek. Hoe kan je aan een grafiek zien of de functie een inverse heeft? Als het een **bijectie** is. Voor elk **beeld** is er maximaal één **origineel**. We wisten al dat een functie maximaal één **beeld** heeft bij elk **origineel**. Een soort 'omkering' dus. Kan je bij sommige grafieken wel een 'stukje' nemen zodat je op dat interval wel een inverse hebt?







Hoofdstuk 3 – Vergelijkingen oplossen

Naar aanleiding van opdracht 1 en 2 kan je praten over de verschillende methoden om vergelijkingen op te lossen. Wat zijn de verschillen? Wat zijn de overeenkomsten?

Opdracht 1

a.

$3x + 5 = 8x - 10$

$-5x=-15$

$x=3$

b.

$3x^2 + 5 = 8x^2 - 10$

$-5x^2=-15$

$x^2=3$

$x=-\sqrt{3}$ of $x=\sqrt{3}$

c.

$3x^2 + 5x = 8x^2 - 10x$

$-5x^2+15x=0$

$x^2-3x=0$

$x(x-3)=0$

$x=0$ of $x=3$

d.

$3x^2 + 5x = 8x^2 - 10$

$-5x^2+5x+10=0$

$x^2-x-2=0$

$(x-2)(x+1)=0$

$x=2$ of $x=-1$

Opdracht 2

a.

$$\left(\sqrt{\frac{3}{2p}+4}\right)^2-1=0$$

$$\left(\sqrt{\frac{3}{2p}+4}\right)^2=1$$

$$\sqrt{\frac{3}{2p}+4}=1 \vee \sqrt{\frac{3}{2p}+4}=-1$$

kan niet

$$\frac{3}{2p}+4=1$$

$$\frac{3}{2p}=-3$$

$$2p=-1$$

$$p=-\frac{1}{2}$$

b.

$$\sqrt{\left(\frac{3}{2p}+4\right)^2}-1=0$$

$$\sqrt{\left(\frac{3}{2p}+4\right)^2}=1$$

$$\left(\frac{3}{2p}+4\right)^2=1$$

$$\frac{3}{2p}+4=-1 \text{ of } \frac{3}{2p}+4=1$$

$$\frac{3}{2p}=-5 \text{ of } \frac{3}{2p}=-3$$

$$2p=-\frac{3}{5} \text{ of } 2p=-1$$

$$p=-\frac{3}{10} \text{ of } p=-\frac{1}{2}$$

c.

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}}=\frac{5}{8}$$

$$1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}=\frac{8}{5}$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}}=\frac{3}{5}$$

$$1+\frac{1}{1+\frac{1}{x}}=\frac{5}{3}$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{x}}=\frac{2}{3}$$

$$1+\frac{1}{x}=\frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{2}$$

$$x=2$$

Opdracht 3

a.

$2\sqrt{x} + 8x = 3$

$2\sqrt{x} = -8x + 3$

$4x = 64x^2 - 48x + 9$

$64x^2 - 52x + 9 = 0$

$(4x - 1)(16x - 9) = 0$

$4x - 1 = 0 \vee 16x - 9 = 0$

$4x = 1 \vee 16x = 9$

$x = \frac{1}{4} \vee x = \frac{9}{16}$ (kan niet)

Dus :

$x = \frac{1}{4}$

b.

$\sqrt{x + 1} = x^2 - 1$

$x + 1 = x^4 - 2x^2 + 1$

$x^4 - 2x^2 - x = 0$

$x(x^3 - 2x - 1) = 0$

$x = 0$ (kan niet) $\vee\ x^3 - 2x - 1 = 0$

$(x + 1)(x^2 - x - 1) = 0$

$x = -1 \vee x^2 - x - 1 = 0$

$x = -1 \vee x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}$ (kan niet) $\vee\ x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$

$x = -1 \vee x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$

Opdracht 4

a.

$2\sqrt{\frac{1}{4}} + 8 \cdot \frac{1}{4} = 3$

$2 \cdot \frac{1}{2} + 2 = 3$

$1 + 2 = 3$

Klopt!

$2\sqrt{\frac{9}{16}} + 8 \cdot \frac{9}{16} = 3$

$2 \cdot \frac{3}{4} + 4\frac{1}{2} = 3$

$1\frac{1}{2} + 4\frac{1}{2} = 3$

$6 = 3$

Klopt niet!

b.

$\sqrt{0 + 1} = 0^2 - 1$

$\sqrt{1} = -1$

Klopt niet.

$\sqrt{-1 + 1} = (-1)^2 - 1$

$\sqrt{0} = 1 - 1$

$0 = 0$

Klopt!

$\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5} + 1} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^2 - 1$

$\sqrt{1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}} = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^2 - 1$

Maar wat nu?

$\sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5} + 1} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^2 - 1$

$\sqrt{1\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{5}\right)^2 - 1$

Maar wat nu?

Opdracht 5

$$x \xrightarrow{+87} 87 + x \xrightarrow{\sqrt{\ldots}} \sqrt{87 + x} \xrightarrow{1/x} \frac{1}{\sqrt{87 + x}} \xrightarrow{\times 44} \frac{44}{\sqrt{87 + x}} \xrightarrow{+3} 3 + \frac{44}{\sqrt{87 + x}}$$

$$34 \xleftarrow{-87} 121 \xleftarrow{\ldots^2} 11 \xleftarrow{1/x} \frac{1}{11} \xleftarrow{:44} 4 \xleftarrow{-3} 7$$

Opdracht 6

a.

$(x-1)\left(x^2+2x-3\right)=0$

$x-1=0$ of $x^2+2x-3=0$

$x=1$ of $(x-1)(x+3)=0$

$x=1$ of $x=1$ of $x=-3$

$x=1$ of $x=-3$

b.

$(x-5)^3=1331$

$x-5=11$

$x=16$

c.

$x+\sqrt{x}=12$

$\sqrt{x}=-x+12$

$x=(-x+12)^2$

$x=x^2-24x+144$

$x^2-25x+144=0$

$(x-9)(x-16)=0$

$x=9$ of $x=16$ (voldoet niet)

$x=9$

Opdracht 7

a.

$x^2 - 100x = 0$

$x(x - 100) = 0$

$x=0$ of $x=100$

b.

$(2x - 3)^2 = 9$

$2x - 3= -3$ of $2x - 3 = 3$

$2x = 0$ of $2x = 6$

$x=0$ of $x=3$

c.

$22 - 11x^2 = 0$

$x^2 = 2$

$x = -\sqrt{2}$ of $x = \sqrt{2}$

Opdracht 8

$3(2x-3)^2=6$

$3\left(4x^2-12x+9\right)=6$

$12x^2-36x+27=6$

$12x^2-36x+21=0$

$4x^2-12x+7=0$

$$x_{1,2}=\frac{--12\pm\sqrt{(-12)^2-4\cdot4\cdot7}}{2\cdot4}$$

$$x_{1,2}=\frac{12\pm\sqrt{144-112}}{8}$$

$$x_{1,2}=\frac{12\pm\sqrt{32}}{8}$$

$$x_{1,2}=\frac{12\pm4\sqrt{2}}{8}$$

$x=1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{2}$ of $x=1\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{2}$

Opdracht 9

a.

$\left(\frac{2}{x}\right)^2 = 2$

$\frac{2}{x} = -\sqrt{2}$ of $\frac{2}{x} = \sqrt{2}$

$x = -\sqrt{2}$ of $x = \sqrt{2}$

b.

$(4x-1)^2 + 4x - 1 = 0$

Neem $y = 4x - 1$

$y^2 + y = 0$

$y(y+1) = 0$

$y = 0$ of $y = -1$

$4x - 1 = 0$ of $4x - 1 = -1$

$x = \frac{1}{4}$ of $x = 0$

c.

$(x^2 - 2x)^2 = 9$

$x^2 - 2x = 3$ of $x^2 - 2x = -3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$ of $x^2 - 2x + 3 = 0$

$(x-3)(x+1) = 0$ of geen oplossing

$x = 3$ of $x = -1$

Opdracht 10

a.

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x - 4)(x + 2) = 0$

$x = 4$ of $x = -2$

b.

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x - 2)^2 = 0$

$x = 2$

c.

$x^2 + 6x = 0$

$x \cdot (x + 6) = 0$

$x = 0$ of $x = -6$

d.

$x^2 + 24x + 143 = 0$

$(x + 11)(x + 13) = 0$

$x = -11$ of $x = -13$

Opdracht 11

a.

$x^2 - 4x = 21$

$x^2 - 4x - 21 = 0$

$(x - 7)(x + 3) = 0$

$x=7$ of $x=-3$

b.

$2x^4 - 8x^3 = 42x^2$

$x^4 - 4x^3 = 21x^2$

$x^4 - 4x^3 - 21x^2 = 0$

$x^2(x^2 - 4x - 21) = 0$

$x^2(x-7)(x+3) = 0$

$x=0$ of $x=7$ of $x=-3$

c.

$x^3 = x^2 + 12x$

$x^3 - x^2 - 12x = 0$

$x(x^2 - x - 12) = 0$

$x(x - 4)(x + 3) = 0$

$x=0$ of $x=4$ of $x=-3$

d.

$x^4 - 8 \cdot x^2 - 9 = 0$

$(x^2 - 9)(x^2 + 1) = 0$

$x = -3$ of $x = 3$

e.

$x^6 - 16x^3 + 64 = 0$

$(x^3 - 8)^2 = 0$

$x^3 - 8 = 0$

$x^3 = 8$

$x = 2$

f.

$x - 13\sqrt{x} + 36 = 0$

$(\sqrt{x} - 9)(\sqrt{x} - 4) = 0$

$\sqrt{x} = 9$ of $\sqrt{x} = 4$

$x = 81$ of $x = 16$

g.

$(x-4)^2 - 5(x-4) + 6 = 0$

$(x - 4 - 2)(x - 4 - 3) = 0$

$(x - 6)(x - 7) = 0$

$x = 6$ of $x = 7$

h.

$2x^2 - (x - 2)^2 = 1$

$2x^2 - (x^2 - 4x + 4) = 1$

$x^2 + 4x - 4 = 1$

$x^2 + 4x - 5 = 0$

$(x + 5)(x - 1) = 0$

$x = -5$ of $x = 1$

Opdracht 12

a. $12x^2 - x - 1 = (3x - 1)(4x + 1)$

b. $2x^2 - 3x - 2 = (x - 2)(2x + 1)$

c. $3x^2 - x - 2 = (x - 1)(3x + 2)$

d. $4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$

e. $4x^2 - 17x + 4 = (x - 4)(4x - 1)$

Hoofdstuk 4 – Kwadraatafsplitsen en de ABC-formule

Opdracht 1

a.
$x^2 + 4x + 8 = 0$
Dat gaat niet.

b.
$x^2 + 4x + 4 = 0$
$(x + 2)(x + 2) = 0$
$x = -2$

c.
$x^2 + 4x - 2 = 0$
Dat gaat niet.

Opdracht 2

$2\sqrt{3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{(4 \cdot 3)} = \sqrt{12}$

Opdracht 3

a.
$x^2 - 10x + 8 = 0$
$(x - 5)^2 - 17 = 0$
$(x - 5)^2 = 17$
$x - 5 = -\sqrt{17}$ of $x - 5 = \sqrt{17}$
$x = 5 - \sqrt{17}$ of $x = 5 + \sqrt{17}$

b.
$x^2 - 4x = 8$
$(x - 2)^2 - 4 = 8$
$(x - 2)^2 = 12$
$x - 2 = -2\sqrt{3}$ of $x-2 = 2\sqrt{3}$
$x = 2- 2\sqrt{3}$ of $x = 2 + 2\sqrt{3}$

c.
$x^2 + 6x + 12 = 0$
$(x + 3)^2 + 3 = 0$
$(x + 3) = -3$
Geen oplossing

Opdracht 4

$y = x^2 + 4x$
$y = (x + 2)^2 - 4$
Top (-2, -4)

$y = -x^2 + 8x -12$
$y = -(x^2 - 8x) - 12$
$y = - ((x - 4)^2 - 16) - 12$
$y = -(x - 4)^2 + 16 - 12$
$y = -(x-4)^2 + 4$
Top (4, 4)

$y = 4x^2 - 24x + 37$
$y = 4(x^2 - 6x) + 37$
$y = 4((x - 3)^2 - 9) + 37$
$y = 4(x - 3)^2 - 36 + 37$
$y = 4(x - 3)^2 + 1$
Top (3, 1)

Opdracht 5

a.
$\left(2-2\sqrt{3}\right)^2 - 4\cdot(2-2\sqrt{3}) = 8$
$4 - 8\sqrt{3} + 12 - 8 + 8\sqrt{3} = 8$
$8 = 8$
Klopt
De andere oplossing op analoge wijze!

b.
$3(2\left(1\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}\right) - 3)^2 = 6$
$3(\left(3-\sqrt{2}\right) - 3)^2 = 6$
$3(-\sqrt{2})^2 = 6$
$3 \cdot 2 = 6$
Klopt!
De andere oplossing gaat precies zo!

Opdracht 6

a.
$3x^2 - 4x + 1 = 0$
$a = 3$, $b = -4$ en $c = 1$
$D = (-4)^2 - 4\cdot3\cdot1 = 16 - 12 = 4$
$x_{1,2} = \frac{--4 \pm \sqrt{4}}{2\cdot3} = \frac{4\pm2}{6}$
$x = \frac{1}{3}$ of $x = 1$

b.
$2x^2 + 4x + 6 = 0$
$x^2 + 2x + 3 = 0$
$a = 1$, $b = 2$ of $c = 3$
$D = 2^2 - 4\cdot1\cdot3 = -8$
geen oplossing

c.
$3x^2 - 8x + 2 = 0$
$a=3$, $b=-8$ en $c=2$
$D = (-8)^2 - 4\cdot3\cdot2 = 64 - 24 = 40$
$x_{1,2} = \frac{8 \pm \sqrt{40}}{2\cdot3} = \frac{8 \pm 2\sqrt{10}}{6}$
$x = 1\frac{1}{3} - \frac{1}{3}\sqrt{10}$ of $x = x = 1\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\sqrt{10}$

d.

$6x^2 - 18 = 0$

$x^2 - 3 = 0$

$x^2 = 3$

$x = -\sqrt{3}$ of $x = \sqrt{3}$

geen ABC – formule!

e.

$\frac{1}{2}x^2 - 4x = 0$

$x^2 - 8x = 0$

$x(x-8) = 0$

$x = 0$ of $x = 8$

geen ABC – formule!

f.

$6x^2 - 12x + 6 = 0$

$x^2 - 2x + 1 = 0$

$(x-1)^2 = 0$

$x - 1 = 0$

$x = 1$

geen ABC – formule

g.

$2x^2 - 12x + 16 = 0$

$x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x-2)(x-4) = 0$

$x = 2$ of $x = 4$

geen ABC – formule!

h.

$x^3 - 4x^2 + 8x = 0$

$x(x^2 - 4x + 8) = 0$

$x = 0$ of $x^2 - 4x + 8 = 0$

De tweede vergelijking:

$D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8 = -16$

geen oplossing

Dus:

$x = 0$

i.

Voor welke waarde van p heeft het stelsel precies één oplossing?

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + p \\ y = x \end{cases}$$

$x^2 - 4x + p = x$

$x^2 - 5x + p = 0$

$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot p = 25 - 4p = 0$

$25 - 4p =$

$4p = 25$

$p = 6\frac{1}{4}$

Voor $p = 6\frac{1}{4}$

Opdracht 7

$ax^2 + bx + c = 0$

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

$(x - x_1)(x - x_2) = 0$

Zodat:

$-x_1 + -x_2 = \frac{b}{a} \Rightarrow x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

Hoofdstuk 5 – Wortels en machten

Opdracht 1

$$x=\frac{x+\frac{2}{x}}{2}$$

$$2x=x+\frac{2}{x}$$

$$x=\frac{2}{x}$$

$$x^2=2$$

$x=-\sqrt{2}$ of $x=\sqrt{2}$

Opdracht 2

$$\sqrt{648}=\sqrt{2^3\cdot 3^4}=2\cdot 9\sqrt{2}=18\sqrt{2}$$

Opdracht 3

$$2\sqrt{7}\cdot 5\sqrt{14}=10\cdot\sqrt{98}=70\sqrt{2}$$

Opdracht 4

$\frac{12\sqrt{6}}{3\sqrt{2}}=\frac{12}{3}\cdot\sqrt{\frac{6}{2}}=4\sqrt{3}$ en $\frac{15\sqrt{32}}{5\sqrt{2}}=3\sqrt{16}=12$

Opdracht 5

$$\sqrt{270}+\sqrt{1470}=3\sqrt{30}+7\sqrt{30}=10\sqrt{30}$$

Opdracht 6

$$\sqrt{29\frac{4}{25}}=\sqrt{\left(\frac{729}{25}\right)}=\frac{27}{5}=5\frac{2}{5}$$

Opdracht 7

$\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{6\sqrt{6}}{3}=2\sqrt{6}$ en

$$\frac{64\sqrt{12}}{16\sqrt{3}}=4\cdot 2=8$$

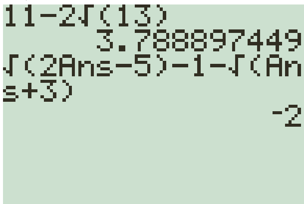
Opdracht 8

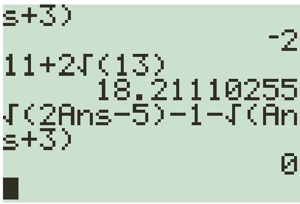
$$y=2x^{-\frac{3}{5}}=\frac{2}{x^{\frac{3}{5}}}=\frac{2}{\sqrt[5]{x^3}}$$

Of beter: $y=\frac{2\sqrt[5]{x^2}}{x}$

Opdracht 9

Gebruik je GR:





Opdracht 10

a.

$$\sqrt{4-2x}=\sqrt{x-2}$$

$$4-2x=x-2$$

$$3x=6$$

$$x=2$$

Controleren: $\sqrt{4-2\cdot 2}=\sqrt{2-2}$? Klopt!

b.

$$\frac{1}{\sqrt{x+2}}=\sqrt{x-2}$$

$$1=\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x+2}$$

$$1=\sqrt{(x-2)(x+2)}$$

$$1=(x-2)(x+2)$$

$$x^2-4=1$$

$$x^2=5$$

$x=-\sqrt{5}$ of $x=\sqrt{5}$

Controleren: $x=-\sqrt{5}$ voldoet niet $\sqrt{x-2}$ kan niet

Controleren: $x=\sqrt{5}$ voldoet

c.

$\sqrt{x^2-4}=x+4$

$x^2-4=(x+4)^2$

$x^2-4=x^2+8x+16$

$8x=-20$

$x=-2\frac{1}{2}$

Controleren: $\sqrt{\left(-2\frac{1}{2}\right)^2-4}=-2\frac{1}{2}+4$? Klopt!

d.

$\sqrt{x-3}+\sqrt{x-4}=\sqrt{x-5}$

$\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{x-4}\right)^2=\left(\sqrt{x-5}\right)^2$

$x-3+2\sqrt{x-3}\sqrt{x-4}+x-4=x-5$

$x-2=-2\sqrt{x-3}\sqrt{x-4}$

$x-2=-2\sqrt{(x-3)(x-4)}$

$(x-2)^2=\left(-2\sqrt{(x-3)(x-4)}\right)^2$

$x^2-4x+4=4(x-3)(x-4)$

$x^2-4x+4=4\left(x^2-7x+12\right)$

$x^2-4x+4=4x^2-28x+48$

$3x^2-24x+44=0$

$x_{1,2}=\frac{24\pm\sqrt{(-24)^2-4\cdot3\cdot44}}{2\cdot3}$

$x_{1,2}=\frac{24\pm\sqrt{48}}{6}$

$x_{1,2}=\frac{24\pm4\sqrt{3}}{6}=4\pm\frac{2}{3}\sqrt{3}$

$x=4-\frac{2}{3}\sqrt{3}$ of $x=4+\frac{2}{3}\sqrt{3}$

Controleren: voldoen geen van tweeën

Hoofdstuk 6 – Logaritmen

Opdracht 1

a. $4\times 32 = 2^2\times 2^5 = 2^7 = 128$

b. $2048:64 = 2^{11}:2^6 = 2^5 = 32$

c. $\sqrt{256} = \sqrt{2^8} = 2^4 = 16$

Opdracht 2

a. ${}^2\log(x) = -2 \Rightarrow x = 2^{-2} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$

b. ${}^x\log(256) = 4 \Rightarrow x^4 = 256 \Rightarrow x = \sqrt[4]{256} = 4$

c. ${}^5\log\left(\frac{1}{125}\right) = x \Rightarrow 5^x = \frac{1}{125} \Rightarrow 5^x = \frac{1}{5^3} \Rightarrow 5^x = 5^{-3} \Rightarrow x = -3$

Opdracht 3

a. $\log(1087) \approx 3{,}0362$

b. $\log(10{,}23) \approx 1{,}0099$

c. $\log(n) \approx 3{,}0913 \rightarrow 1234$

d. $\log(x) = 2{,}0913 \rightarrow 123{,}4$

Opdracht 4

a. 14 : 12

1,1461 – 1,0792 = 0,0669

$0{,}0669 \rightarrow 1{,}1665$

b. $\sqrt{147}$

$147 \rightarrow 2{,}1673 \rightarrow$ delen door 2 geeft 1,0837

$1{,}0837 \rightarrow 12{,}125$

Opdracht 5

L2.

Te bewijzen: ${}^a\log b = \frac{\log b}{\log a}$

$a^{{}^a\log(b)} = b$

$\log\left(a^{{}^a\log(b)}\right) = \log(b)$

${}^a\log(b)\cdot\log(a) = \log(b)$

${}^a\log(b) = \frac{\log(b)}{\log(a)}$

L3.

Te bewijzen: ${}^a\log(b^p) = p\cdot{}^a\log(b)$

L4.

Te bewijzen: $a^{{}^a\log(b)} = b$

Gebruik L1: ${}^a\log(b) = c \Leftrightarrow a^c = b$

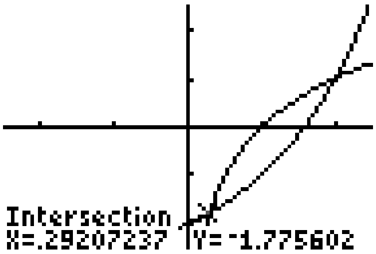
${}^a\log(b) = {}^a\log(b)$

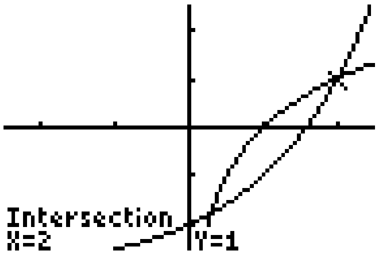
Opdracht 6

a. ${}^3\log(243) = {}^3\log(3^5) = 5$

b. ${}^{\frac{1}{2}}\log(32) = {}^{\frac{1}{2}}\log(2^5) = {}^{\frac{1}{2}}\log(\frac{1}{2^{-5}}) = {}^{\frac{1}{2}}\log\left(\frac{1}{2}\right)^{-5} = -5$

Opdracht 7

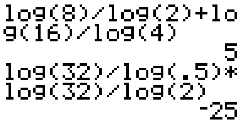




Opdracht 8

a. ${}^{2}\log(8)+{}^{4}\log(16)=3+2=5$

b. ${}^{0,5}\log(32)\cdot{}^{2}\log(32)=-5\cdot 5=-25$



Opdracht 9

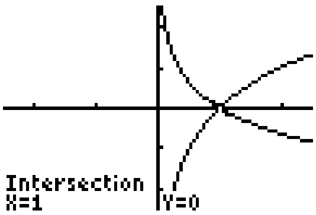
a. ${}^{2}\log(6)\approx 2,585$

b. ${}^{3}\log(6)\approx 1,631$

c. $\log(6)\approx 0,778$

Opdracht 10

a.



b.

${}^{g}\log(x)=0$

$x=1$

$(1,0)$

c.

Ja.

$\lim\limits_{x\downarrow 0}{}^{g}\log(x)=-\infty$

Hoofdstuk 7 – Het oplossen van vergelijkingen

Opdracht 1

a. $\dfrac{1}{1+x} = 2x+3 \rightarrow$ gebroken vergelijking

b. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0 \rightarrow$ vierdegraads vergelijking

c. $\sqrt{3x} - \sqrt{x-1} = 1 \rightarrow$ wortelvergelijking

d. $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{2t-1} = 256\sqrt{2} \rightarrow$ exponentiele vergelijking

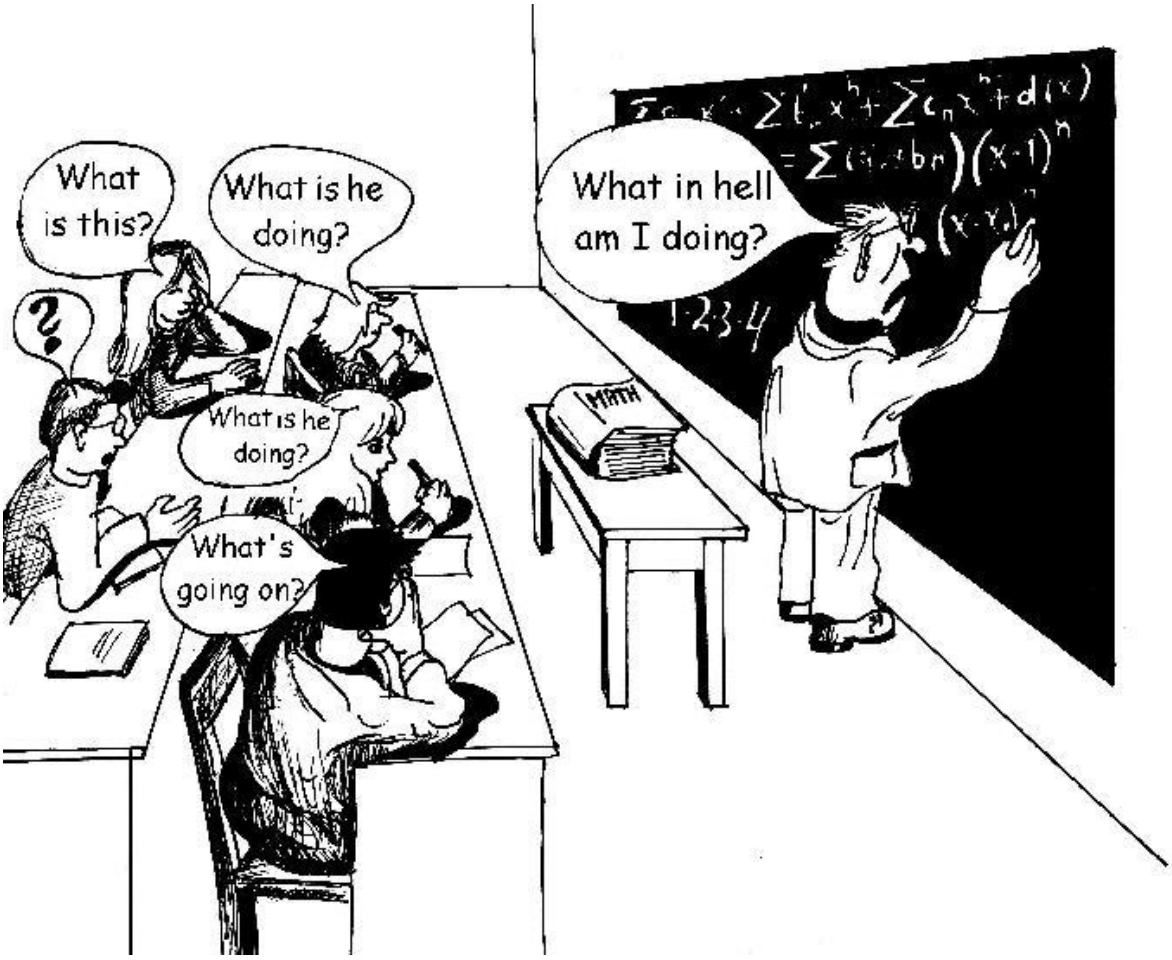
e. $(5x-1)^2 - (x-5)^2 = 12 \rightarrow$ kwadratische vergelijking

f. ${}^2\log(x-1) + 1 = {}^4\log(x^2+1) \rightarrow$ logaritmische vergelijking

g. $|x-1| + |x+1| = 2 \rightarrow$ vergelijking met absolute waarde

h. $\sin x = \cos x \rightarrow$ goniometrische vergelijking

i. ${}^3\log\left(2x^2 - 3\right) = 6 \rightarrow$ logaritmische vergelijking



Oplossingen opdracht 1

a.

$$\frac{1}{1+x}=2x+3$$
$$(2x+3)(1+x)=1$$
$$2x+2x^2+3+3x=1$$
$$2x^2+5x+2=0$$
$$(x+2)(2x+1)=0$$
$$x=-2 \vee x=-\frac{1}{2}$$

b.

$$x^4-13x^2+36=0$$
$$y=x^2$$
$$y^2-13y+36=0$$
$$(y-4)(y-9)=0$$
$$y=4 \vee y=9$$
$$x^2=4 \vee x^2=9$$
$$x=-2 \vee x=2 \vee x=-3 \vee x=3$$

c.

$$\sqrt{3x}-\sqrt{x-1}=1$$
$$\left(\sqrt{3x}-\sqrt{x-1}\right)^2=1^2$$
$$3x-2\cdot\sqrt{3x}\cdot\sqrt{x-1}+x-1=1$$
$$4x-2\sqrt{3x(x-1)}-2=0$$
$$4x-2=2\sqrt{3x(x-1)}$$
$$(4x-2)^2=\left(2\sqrt{3x(x-1)}\right)^2$$
$$16x^2-16x+4=4\cdot 3x(x-1)$$
$$16x^2-16x+4=12x^2-12x$$
$$4x^2-4x+4=0$$
$$x^2-x+4=0$$
$$D=(-1)^2-4\cdot 1\cdot 4=-15$$

geen oplossing

d.

$$\left(\frac{1}{4}\right)^{2t-1}=256\sqrt{2}$$
$$\left(\frac{1}{2^2}\right)^{2t-1}=2^8\cdot 2^{\frac{1}{2}}$$
$$\left(2^{-2}\right)^{2t-1}=2^{8\frac{1}{2}}$$
$$(2)^{-4t+2}=2^{8\frac{1}{2}}$$
$$-4t+2=8\frac{1}{2}$$
$$-4t=6\frac{1}{2}$$
$$t=-1\frac{5}{8}$$

e.

$$(5x-1)^2-(x-5)^2=12$$
$$25x^2-10x+1-\left(x^2-10x+25\right)=12$$
$$24x^2-24=12$$
$$24x^2=36$$
$$x^2=1\frac{1}{2}$$
$$x=-\sqrt{1\frac{1}{2}} \vee x=\sqrt{1\frac{1}{2}}$$
$$x=-\frac{1}{2}\sqrt{6} \vee x=\frac{1}{2}\sqrt{6}$$

f.

$$^2\log(x-1)+1={}^4\log(x^2+1)$$
$$^2\log(x-1)+{}^2\log(2)=\frac{^2\log(x^2+1)}{^2\log(4)}$$
$$^2\log(2(x-1))=\frac{1}{2}\cdot{}^2\log(x^2+1)$$
$$^2\log(2(x-1))={}^2\log(\sqrt{x^2+1})$$
$$2(x-1)=\sqrt{x^2+1}$$
$$4(x-1)^2=x^2+1$$
$$4x^2-8x+4=x^2+1$$
$$3x^2-8x+3=0$$
$$D=28$$
$$x_{1,2}=\frac{8\pm\sqrt{28}}{2\cdot 3}=\frac{8\pm 2\sqrt{7}}{6}=1\frac{1}{3}\pm\frac{1}{3}\sqrt{7}$$
$$x=1\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\sqrt{7}$$

g.

$$|x-1|+|x+1|=2$$

...

$$-1\le x\le 1$$

h.

$$\sin x=\cos x$$
$$\frac{\sin x}{\cos x}=1$$
$$\tan x=1$$
$$x=\frac{1}{4}\pi+k\cdot\pi \text{ met } k\in\mathbb{Z}$$

i.

$$^3\log\left(2x^2-3\right)=6$$
$$2x^2-3=3^6$$
$$2x^2-3=729$$
$$2x^2=732$$
$$x^2=366$$
$$x=-\sqrt{366} \vee x=\sqrt{366}$$

Opdracht 2

a.

$3 \cdot {}^{2}\log(x) = 0$

${}^{2}\log(x) = 0$

$x = 1$

b.

$\sin x + \frac{1}{2}\sqrt{3} = 2\sin x$

$\sin x = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$x = \frac{1}{3}\pi + k \cdot 2\pi \vee x = \frac{2}{3}\pi + k \cdot 2\pi$ met $k \in \mathbb{Z}$

Opdracht 3

a.

$\left(\frac{4}{x} - 1\right)^2 = 25$

$\frac{4}{x} - 1 = -5 \vee \frac{4}{x} - 1 = 5$

$\frac{4}{x} = -4 \vee \frac{4}{x} = 6$

$x = -1 \vee x = \frac{2}{3}$

b.

$\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0$

$(\sin x - 1)^2 = 0$

$\sin x = 1$

$x = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$ met $k \in \mathbb{Z}$

c.

$7\sqrt{x} - x = 12$

$x - 7\sqrt{x} + 12 = 0$

$(\sqrt{x} - 3)(\sqrt{x} - 4) = 0$

$\sqrt{x} = 3 \vee \sqrt{x} = 4$

$x = 9 \vee x = 16$

Opdracht 4

a.

$x^3 + 4x^2 + 15x + 12 = 0$

$x = -1$ is een oplossing

$(x+1)(x^2 + 3x + 12) = 0$

$x = -1$

b.

$x^3 - 3x^2 - 22x + 24 = 0$

$x = 1$ is een oplossing

$(x-1)\left(x^2 - 2x - 24\right) = 0$

$(x-1)(x-6)(x+4) = 0$

$x = 1 \vee x = 6 \vee x = -4$

c.

$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = 0$

$x = 2$ is een oplossing

$(x-2)(x^2 - x - 6) = 0$

$(x-2)(x-3)(x+2) = 0$

$x = 2 \vee x = 3 \vee x = -2$

d.

$x^3 + 2x^2 - 9x - 18 = 0$

$x = -2$ is een oplossing

$(x+2)(x^2 - 9) = 0$

$(x+2)(x-3)(x+3) = 0$

$x = -2 \vee x = 3 \vee x = -3$

Opdracht 5

a.

$\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^3}$

$\frac{x}{x^2} + \frac{1}{x^2} = \frac{1}{x^3}$

$\frac{x+1}{x^2} = \frac{1}{x^3}$

$x^3(x+1) = x^2$

$x^4 + x^3 - x^2 = 0$

$x^2\left(x^2 + x - 1\right) = 0$

$x = 0$ (kan niet!) $\vee\ x^2 + x - 1 = 0$

$x^2 + x - 1 = 0$

$x^2 + x - 1 = 0$

$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} = 0$

$\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$

$x + \frac{1}{2} = \pm\sqrt{\frac{5}{4}}$

$x = -\frac{1}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{5}$

b.

$\frac{2x}{x-3} = \frac{2x-1}{x}$

$2x^2 = (2x-1)(x-3)$

$2x^2 = 2x^2 - 6x - x + 3$

$0 = -7x + 3$

$7x = 3$

$x = \frac{3}{7}$

Opdracht 6

a.

$2^x = 4^{4x+6}$

$2^x = \left(2^2\right)^{4x+6}$

$2^x = 2^{8x+12}$

$x = 8x + 12$

$7x = -12$

$x = -1\frac{5}{7}$

b.

$\left(\frac{1}{10}\right)^{2x} - 100^{x^2-2} = 0$

$\left(10^{-1}\right)^{2x} = \left(10^2\right)^{x^2-2}$

$10^{-2x} = 10^{2x^2-4}$

$-2x = 2x^2 - 4$

$2x^2 + 2x - 4 = 0$

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x+2)(x-1) = 0$

$x = -2 \vee x = 1$

c.

${}^2\log(x) = {}^4\log(4x+6) - 2$

${}^2\log(x) = \frac{{}^2\log(4x+6)}{{}^2\log(4)} - {}^2\log(4)$

${}^2\log(x) = \frac{1}{2} \cdot {}^2\log(4x+6) - {}^2\log(4)$

${}^2\log(x) = {}^2\log(\sqrt{4x+6}) - {}^2\log(4)$

${}^2\log(x) = {}^2\log(\frac{\sqrt{4x+6}}{4})$

$x = \frac{\sqrt{4x+6}}{4}$

$4x = \sqrt{4x+6}$

$16x^2 = 4x + 6$

$16x^2 - 4x - 6 = 0$

$x = \frac{3}{4}$

$(x = -\frac{1}{2}$ voldoet niet$)$

d.

${}^{\frac{1}{2}}\log\left(\frac{1}{4x}\right) = {}^4\log(x)$

${}^{\frac{1}{2}}\log\left(\frac{1}{4x}\right) = \frac{{}^{\frac{1}{2}}\log(x)}{{}^{\frac{1}{2}}\log(4)}$

${}^{\frac{1}{2}}\log\left(\frac{1}{4x}\right) = \frac{{}^{\frac{1}{2}}\log(x)}{-2}$

${}^{\frac{1}{2}}\log\left(\frac{1}{4x}\right) = -\frac{1}{2} \cdot {}^{\frac{1}{2}}\log(x)$

${}^{\frac{1}{2}}\log\left(\frac{1}{4x}\right) = {}^{\frac{1}{2}}\log\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$

$\frac{1}{4x} = \frac{1}{\sqrt{x}}$

$4x = \sqrt{x}$

$16x^2 = x$

$16x^2 - x = 0$

$x(16x - 1) = 0$

$x = 0$ (voldoet niet) $\vee\ x = \frac{1}{16}$

Opdracht 7

a.

$\sin\alpha = 1$

$\alpha = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$ met $k \in \mathbb{Z}$

b.

$\cos\beta = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\beta = \frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi \vee \beta = -\frac{1}{6}\pi + k \cdot 2\pi$

met $k \in \mathbb{Z}$

c.

$\tan\gamma = 1$

$\gamma = \frac{1}{4}\pi + k \cdot \pi$ met $k \in \mathbb{Z}$

d.

$2 \cdot \cos\alpha = 1$

$\cos\alpha = \frac{1}{2}$

$\alpha = \frac{1}{3}\pi + k \cdot 2\pi \vee \alpha = -\frac{1}{3}\pi + k \cdot 2\pi$

met $k \in \mathbb{Z}$

e.

$\sin\alpha = \cos\alpha$

$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = 1$

$\tan\alpha = 1$

Zie c.

f.

$\cos\alpha = \tan\alpha$

$\cos\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

$\cos^2\alpha = \sin\alpha$

$1 - \sin^2\alpha = \sin\alpha$

$\sin^2\alpha + \sin\alpha - 1 = 0$

...en dan? :–)

Opdracht 8

a.

$\sin 3\alpha = \sin 2\alpha$

$3\alpha = 2\alpha + k \cdot 2\pi \vee 3\alpha = \pi - 2\alpha + k \cdot 2\pi$

$\alpha = k \cdot 2\pi \vee 5\alpha = \pi + k \cdot 2\pi$

$\alpha = k \cdot 2\pi \vee \alpha = \frac{1}{5}\pi + k \cdot \frac{2}{5}\pi$

b.

$\cos\alpha = \cos\left(\alpha + \frac{1}{2}\pi\right)$

$\alpha = \alpha + \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi \vee \alpha = -\alpha - \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$

$\cancel{0 = \frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi} \vee 2\alpha = -\frac{1}{2}\pi + k \cdot 2\pi$

$\alpha = -\frac{1}{4}\pi + k \cdot \pi$

$\alpha = \frac{3}{4}\pi + k \cdot \pi$

c.

$\tan\alpha = \tan 2\alpha$

$\alpha = 2\alpha + k \cdot \pi$

$-\alpha = k \cdot \pi$

$\alpha = k \cdot \pi$

EINDE